

## РАЗДЕЛ I МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ

УДК 621.73.011

Сивак Р. И.  
Сердюк О. В.  
Сивак И. О.

### ВЛИЯНИЕ НЕМОНОТОННОСТИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА НАПРЯЖЁННОЕ СОСТОЯНИЕ

При немонотонном нагружении процесс накопления повреждений описывают тензорными моделями [1, 2]. При этом напряжённое состояние определяют исходя из модели изотропно упрочняющегося материала, которая не описывает эффект Баушингера и, в силу этого, оказывается непригодной для количественного описания процессов немонотонного деформирования. В настоящее время решение краевой задачи теории пластичности в общей постановке для немонотонного нагружения не получено. В данной работе рассматривается модель упрочняющегося тела, предложенная Г. Бакхаузом [3], а также приводятся экспериментальные зависимости параметров, характеризующих эффект Баушингера и наследственное влияние истории нагружения на процесс пластического деформирования. При этом считается, что кинематические характеристики процесса пластической деформации известны.

Целью данной работы является исследование наследственного влияния истории деформирования на данное состояние материала при немонотонной пластической деформации. Условие текучести при немонотонном нагружении имеет вид [4]:

$$\sigma_u^2 = \frac{3}{2} \cdot (S_{ij} - \alpha_{ij}) \cdot (S_{ij} - \alpha_{ij}), \quad (1)$$

где  $\sigma_u$  – интенсивность напряжений;

$S_{ij}$  – компоненты девиатора напряжений;

$\alpha_{ij}$  – компоненты тензора микронапряжений.

Согласно ассоциируемому закону пластического течения:

$$\dot{e}_{ij} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{e}_u}{\sigma_u} \cdot (S_{ij} - \alpha_{ij}), \quad (2)$$

где  $\dot{e}_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформаций;

$\dot{e}_u$  – интенсивность скоростей деформаций.

Если материал растянуть до некоторой деформации  $e_u^0$  напряжением  $\sigma_p$ , то в этом случае из (2) находим:

$$S_{11} = \frac{2}{3} \cdot \sigma_p; \quad \sigma_p' - \frac{3}{2} \cdot \alpha_{ij}' = \sigma_u'. \quad (3)$$

Штрихи в (3) означают, что соответствующие величины определены при  $e_u = e_u^0$ .

Величину накопленной пластической деформации определяли по формуле:

$$e_u = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u \cdot d\tau, \quad (4)$$

где  $t$  – время деформирования.

Так как уравнение (3) справедливо для любой деформации, то в дальнейшем будем использовать его в виде:

$$\sigma_p(e_u) - \frac{3}{2} \cdot \alpha_{11}^p(e_u) = \sigma_u(e_u), \quad (5)$$

где индекс « $p$ » означает, что соответствующие величины определены при растяжении.

Если после растяжения до  $e_u^0$  образец разгрузить и сжать в направлении предыдущего растяжения, то в результате эффекта Баушингера пластическое состояние наступит при напряжении  $\sigma'_c \langle \sigma'_p$ . При этом  $\alpha_{11}$  не изменится, так как при переходе от растяжения к сжатию не было пластической деформации. Как вытекает из (2):

$$\sigma'_c + \frac{3}{2} \cdot \alpha'_{11} = \sigma'_u. \quad (6)$$

Последнее уравнение справедливо для любой деформации  $e_u = e_u^0$ , если соответствующим образом выбрано  $\alpha_{11}$ . Поэтому перепишем (6) в виде:

$$\sigma_c(e_u) - \frac{3}{2} \cdot \alpha_{11}^{p-c}(e_u) = \sigma_u(e_u). \quad (7)$$

Из (3) и (6) находим:

$$\sigma'_u = \frac{1 + \beta'}{2} \sigma'_p; \quad \alpha_{11} = \frac{1 - \beta'}{3} \sigma'_p, \quad (8)$$

где  $\beta' = \frac{\sigma'_c}{\sigma'_p}$ .

В последних работах Г. Бакхауз принимает [3]:

$$\alpha_{ij} = \int_0^{e_u} b(e_u^*, e_u - e_u^*) \frac{\dot{\varepsilon}_{ij}}{\dot{\varepsilon}_u}(e_u^*) de_u^*. \quad (9)$$

После интегрирования (9) по частям, находим [5]:

$$\alpha_{ij} = \frac{2}{3} B(e_u, 0) \frac{\dot{\varepsilon}_{ij}}{\dot{\varepsilon}_u} - \frac{2}{3} \int_0^{e_u} B(e_u^*, e_u - e_u^*) \frac{d^2 e_{ij}}{de_u^2}(e_u^*) de_u^*, \quad (10)$$

где  $B(e_u^*, e_u - e_u^*)$  можно представить в виде произведения:

$$B(e_u^*, e_u - e_u^*) = f(e_u^*) \varphi(e_u - e_u^*). \quad (11)$$

При растяжении  $\frac{d^2 e_{ij}}{de_u^2} = 0$ , поэтому как следует из (10), (11):

$$\alpha_{11} = \frac{2}{3} f(e_u) \varphi(0).$$

Положим  $\varphi(0) = 1$ , тогда из (8) находим:

$$f(e_u) = \frac{1 - \beta(e_u)}{2} \sigma_p(e_u). \quad (12)$$

Как вытекает из (10) в процессе сжатия после растяжения:

$$\alpha_{11}^{p-c} = \int_0^{e_u} b(e_u^*, e_u - e_u^*) de_u^* - \int_{e_u^0}^{e_u} b(e_u^*, e_u - e_u^*) de_u^* = -\frac{2}{3} B(e_u^0, 0) + \frac{4}{3} B(e_u^0, e_u - e_u^0) \quad (13)$$

Из (7) с учетом (11), (12) находим:

$$\varphi(e_u - e_u^0) = \frac{\sigma_p(e_u) - \sigma_c(e_u)}{(1 - \beta(e_u))\sigma_p(e_u^0)} \quad (14)$$

Учитывая (1), (2) и (10) получим уравнение для расчета компонент девиатора напряжений в виде:

$$S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_u(e_u) \frac{\dot{e}_{ij}}{\dot{e}_u} - \frac{1}{3} \int_0^{e_u} (1 - \beta(e_u^*)) \sigma_u(e_u^*) \varphi(e_u^* - e_u^0) \frac{d^2 e_{ij}}{de_u^2}(e_u^*) de_u^* \quad (15)$$

Для определения компонент девиатора напряжений по (15) необходимо экспериментально определить три характеристики материала  $\sigma_p(e_u)$ ,  $\beta(e_u)$  и  $\varphi(e_u - e_u^0)$ . Компоненты тензора напряжений можно определить по известной методике [4, 6, 7].

При экспериментальных исследованиях считали справедливой гипотезу о том, что функции  $\sigma_p(e_u)$ ,  $\beta(e_u)$  и  $\varphi(e_u - e_u^0)$  не зависят от напряженного состояния и истории деформирования. В связи с этим, указанные характеристики немонотонного нагружения можно определить в условиях линейного напряженного состояния [5, 8].

Зависимости  $\sigma_p(e_u)$ ,  $\beta(e_u)$  и  $\varphi(e_u - e_u^0)$  для стали 10 и алюминия АД-1 определяли по методике Д. В. Хвана [8]. Для этого использовали стандартные образцы, которые на первом этапе растягивали до остаточных деформаций 0,02, 0,03, 0,062 (сталь 10) и 0,018, 0,045, 0,0815 (алюминий АД-1). Потом из деформированных образцов вырезали короткие цилиндрические образцы, которые осаживали и строили соответствующие диаграммы  $\sigma_p(e_u)$ . Параметр  $\beta$ , который характеризует эффект Баушингера, определяли по формуле:

$$\beta = \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_u(e_u^0)} \quad (16)$$

где  $\sigma_{0,2}$  – условный предел текучести при сжатии образца после его растяжения до деформации  $e_u^0$  которой отвечает напряжение  $\sigma_u(e_u^0)$ .

На рис. 1, 3 приведены экспериментальные зависимости для параметра Баушингера  $\beta(e_u)$  для стали 10 и алюминия АД-1, соответственно.

Результаты экспериментальных исследований показывают, что параметр  $\beta$  сильно зависит от накопленной деформации  $e_u$  при  $e_u \leq 0,05$ , а при  $e_u > 0,05$ , этот параметр для большинства металлов остается постоянным и принимает некоторое значение  $\beta_m$  [8]. Для стали 10  $\beta_m = 0,34$ , а для алюминия АД-1 –  $\beta_m = 0,41$  (см. рис. 1, 3).

Для аппроксимации зависимости  $\beta$  от  $e_u$  использовали формулу [8]:

$$\beta = \beta_m + (1 - \beta_m) \exp(c \cdot e_u) \quad (17)$$

Используя метод наименьших квадратов для постоянной  $c$ , получили следующие значения:  $c = -62$  для стали 10 и  $c = -50$  для алюминия АД-1.

Функцию  $\varphi$ , которая позволяет учитывать наследственное влияние истории деформирования на данное состояние материала при пластической деформации, определяли также по результатам исследований цилиндрических образцов на растяжение и последующее сжатие. При этом ее значения определяли по формуле (14) [5, 8]:

$$\varphi(e_u - e_u^0) = \frac{\sigma_p(e_u) - |\sigma_c(e_u)|}{\sigma_p(e_u^0)(1 - \beta(e_u^0))}, \quad (18)$$

где  $e_u^0$  – накопленная деформация, при достижении которой имеет место разгрузка или излом траектории деформирования;

$\sigma_p(e_u)$  – напряжение при монотонном растяжении;

$\sigma_c(e_u)$  – напряжение при сжатии образца до деформации  $e_u$ , предварительно растянутого к  $e_u^0$  напряжением  $\sigma_p(e_u^0)$ ;

$\beta(e_u^0)$  – значение параметра Баушингера при  $e_u = e_u^0$ .

Экспериментальные значения  $\varphi$ , определенные по формуле (18) аппроксимировали согласно рекомендациям Д. В. Хвана [8] зависимостью:

$$\varphi(e_u - e_u^0) = \varphi_0 + (1 - \varphi_0) \exp\left(c_1(e_u - e_u^0)^{c_2}\right), \quad (19)$$

где  $\varphi_0$  – асимптотическое значение, которое определяли экспериментально (для стали 10  $\varphi_0 = 0,19$ , для алюминия АД-1 –  $\varphi_0 = 0,15$ ).

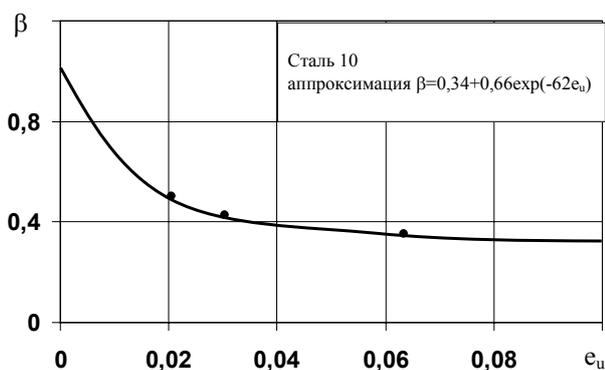


Рис. 1. Зависимость параметра  $\beta$  от  $e_u$

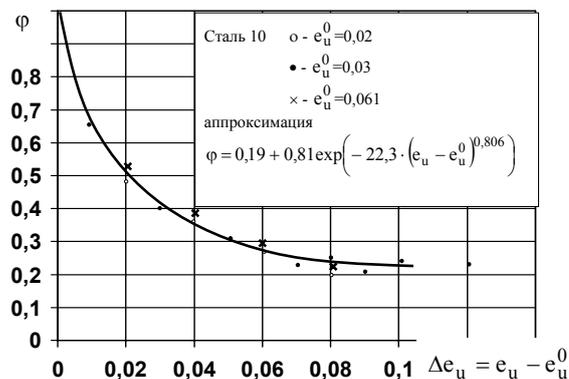


Рис. 2. Зависимость функции  $\varphi$  от

$$\Delta e_u = e_u - e_u^0$$

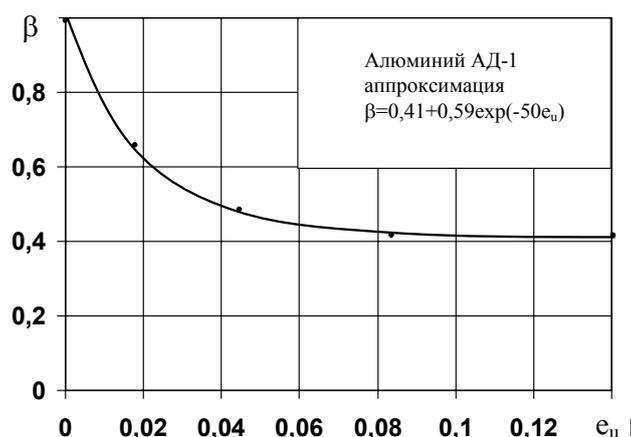


Рис. 3. Зависимость параметру  $\beta$  от  $e_u$

Коэффициенты  $c_1$  и  $c_2$  определяли методом наименьших квадратов и получили следующие значения: для стали 10  $c_1 = -22,3$ ,  $c_2 = 0,806$ ; для алюминия АД-1 –  $c_1 = -26,82$ ,  $c_2 = 1$ .

Экспериментальные значения  $\varphi(e_u - e_u^0)$  и аппроксимирующие кривые приведены на рис. 2, 4.

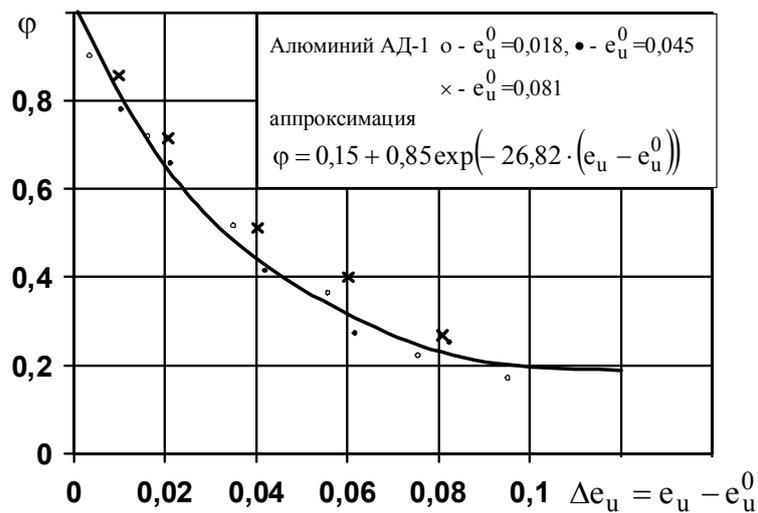


Рис. 4. Зависимость функции  $\varphi$  от  $\Delta e_u = e_u - e_u^0$

### ВЫВОДЫ

Рассмотрена модель изначально изотропного тела с анизотропным упрочнением, предложенная Г. Бакхаузом. Получены экспериментальные зависимости для параметра Баушингера  $\beta(e_u)$  и наследственной функции  $\varphi(e_u - e_u^0)$ . Установлено, что для стали 10 и алюминия АД-1 параметр  $\beta$  и функция  $\varphi(e_u - e_u^0)$  сильно зависят от накопленной деформации  $e_u$  при  $e_u \leq 0,05$ , а при  $e_u > 0,05$  эти параметры остаются практически постоянными.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич. – Вінниця : УНІВЕРСУМ – Вінниця, 1998. – 195 с.
2. Дель Г. Д. Пластичность деформированного металла / Г. Д. Дель // Физика и техника высоких давлений. – 1982. – № 11. – С. 28–32.
3. Backhaus G. Zur analytischen Darstellung des Materialverhaltens im plastischen Bereich / G. Backhaus // ZAMM. – 1971. – № 51. – P. 471–477.
4. Дель Г. Д. Технологическая механика / Г. Д. Дель. – М. : Машиностроение, 1978. – 174 с.
5. Хван Д. В. Исследование деформационной анизотропии металлов при немономтонном пластическом деформировании в условиях линейного напряжённого состояния / Д. В. Хван, О. А. Розенберг, Ю. А. Цеханов // Проблемы прочности. – 1990. – № 12. – С. 53–56.
6. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В. А. Огородников. – Киев : Выща школа, 1983. – 175 с.
7. Алиев И. С. Повышение качества процессов холодного поперечного выдавливания / И. С. Алиев, Л. И. Девиченко, К. Д. Махмудов // Повышение точности в холоднштамповочном производстве. – Л. : ЛДНТП, 1981. – С. 50–55.
8. Хван Д. В. Экспериментальная механика конечных деформаций / Д. В. Хван, Ф. Х. Томилов, В. И. Корольков. – Воронеж : ЭЛИСТ, 1996. – 248 с.

Сивак Р. И. – канд. техн. наук, доц. ВГАУ;

Сердюк О. В. – инженер ВНТУ;

Сивак И. О. – д-р техн. наук, проф. ВНТУ.

ВГАУ – Винницкий государственный аграрный университет, г. Винница;

ВНТУ – Винницкий национальный технический университет, г. Винница.

E-mail: shes-v@mail.msiu.ru